

Hakikat Matematika

Prof. H.E.T. Ruseffendi



PENDAHULUAN

Modul 1 berisi uraian mengenai hakikat matematika yaitu membicarakan apa sebenarnya matematika itu. Matematika dapat diartikan sebagai studi deduktif, sebagai bahasa, sebagai ratu dan pelayan ilmu, sebagai seni, dan sebagai aktivitas manusia. Dan tentu saja ada orang yang berpendapat lain bahwa matematika itu adalah alat, misalnya.

Untuk apa kita, guru dan dosen calon guru mengetahui hakikat matematika? Manfaatnya tentunya banyak. Pertama, jawabannya seperti jawaban terhadap pertanyaan sehari-hari seperti kalau ditanya apa ubi, apa pistol, apa OBH, apa aspirin, apa racun, dan lain-lain. Gunanya ialah agar kita tidak salah memperlakukan, tidak salah pegangan, tidak salah menyimpan, tidak salah memelihara, dan lain-lain. Guna kedua ialah agar kita tidak salah menggunakan. Misalnya, aspirin itu untuk apa, racun itu untuk apa? Dan yang berikutnya, gunanya itu bila kita akan menggunakan bagi orang lain. Misalnya, bila kita akan menggunakan aspirin bagi anak dan bagi orang dewasa, dosisnya tentunya berbeda. Begitu pula bila akan membawakan matematika dalam pembelajaran, pembelajaran matematika untuk anak tentunya akan berbeda dengan pembelajaran matematika bagi orang dewasa. Selain itu, bila kita berpendapat bahwa matematika itu sebagai studi deduktif, maka pada akhirnya setiap orang yang mendalami matematika itu harus bisa memahaminya secara deduktif.

Setelah mempelajari modul ini diharapkan Anda dapat memahami hakikat matematika dan dapat mengetahui kegunaannya dalam membawakan pembelajaran matematika. Sedangkan tujuan instruksional khususnya adalah agar Anda dapat:

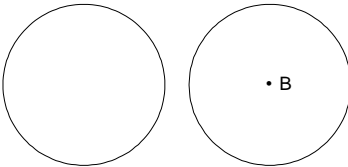
1. menjelaskan matematika sebagai studi deduktif;
2. menjelaskan matematika sebagai bahasa;
3. menjelaskan matematika sebagai ratu dan pelayan ilmu;
4. menjelaskan matematika sebagai seni;
5. menjelaskan matematika sebagai aktivitas manusia.

KEGIATAN BELAJAR 1

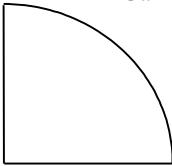
Matematika sebagai Studi Deduktif

Untuk dapat memahami bahwa matematika itu studi deduktif, perhatikan contoh-contoh berikut.

1. Perhatikan Gambar 1.1 berikut. Gambar itu adalah gambar sebuah lingkaran yang titik pusatnya belum diketahui. Ditanyakan titik pusatnya. Maksudnya carilah titik pusatnya.



Gambar 1.1

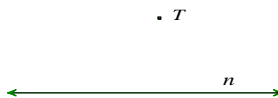


Gambar 1.2

Andaikan seseorang menjawabnya dengan jalan menjiplaknya. Lalu ia menggantung hasil jiplakannya sepanjang busur lingkaran itu sehingga diperoleh sebuah bidang lingkaran.

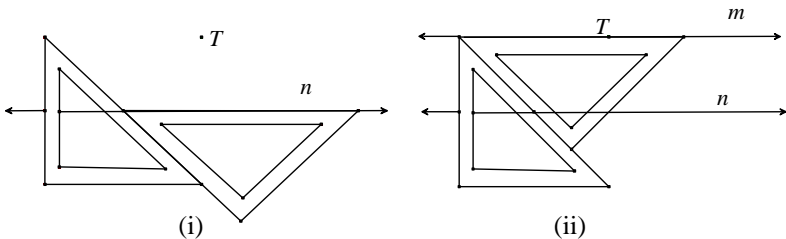
Bidang lingkaran itu dilipat dua melalui dua buah sumbu simetrinya sehingga diperoleh Gambar 1.2. Selanjutnya ia membuka bidang lingkaran itu dan menandai perpotongan kedua sumbu simetrinya dengan titik A. Pada titik A ia menancapkan sebuah jarum pentol sehingga tampak sebuah lubang kecil. Lalu bidang lingkaran yang sudah berlubang itu dihipitkan dengan lingkaran asli dengan tepat. Akhirnya, orang itu menancapkan sebuah pensil tajam melalui lubang kecil yang telah dibuat di atas sehingga di lingkaran asli itu tampak tutul hitam di tengahnya. Itulah katanya titik pusat lingkaran itu (B). Benarkah menentukan pusat lingkaran secara deduktif itu seperti itu?

2. Di bawah ini ada sebuah titik T dan sebuah garis lurus n pada sebuah bidang. Seseorang diminta untuk melukis/menarik sebuah garis lain yang sejajar dengan garis itu dan melalui titik yang diketahui.



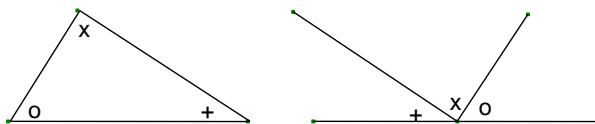
Gambar 1.3

Andaikan orang itu melakukannya sebagai berikut. Ia mengambil dua buah mistar segitiga siku-siku dan meletakkan kedua mistar itu pada gambar dengan posisi seperti Gambar 1.4 (i). Setelah itu ia menggeserkan mistar yang ada di sebelah kanan sepanjang mistar yang ada di sebelah kirinya sehingga sisi atas dari mistar yang ada di sebelah kanan itu mengenai titik T yang diketahui. Melalui titik itu dan sepanjang sisi mistar yang ada di sebelah kanan, sebuah garis ditarik Gambar 1.4 (ii). Sebutlah garis yang baru ditarik itu garis m . Maka garis m sejajar dengan garis n yang diketahui. Benarkah cara menarik garis sejajar dengan garis lain itu seperti itu?



Gambar 1.4

3. Jumlah sudut-sudut pada sebuah segitiga adalah 180° . Seseorang membuktikan kebenarannya dengan membuat sebuah benda segitiga. Lalu ketiga ujungnya dipotong dan ditempelkan seperti Gambar 1.5 berikut ini.



Gambar 1.5

Karena ketiga buah sudut itu membentuk sebuah sudut lurus, di mana besar sudut lurus itu 180° , maka besar sudut-sudut sebuah segi tiga itu 180° . Benarkah cara pembuktian itu?

4. Jumlah dua bilangan ganjil adalah bilangan genap. Seseorang membuktikan kebenaran pernyataan itu dengan jalan mengambil sepasang-sepasang bilangan ganjil lalu menjumlahkannya. Misalnya: $1+3=4$, $5+7=12$, $3+9=12$, $7+9=16$, dan seterusnya.

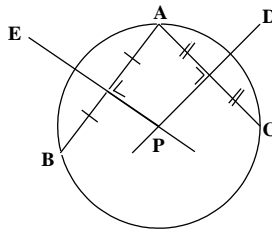
Karena jumlahnya itu semuanya bilangan genap, ia menyimpulkan bahwa jumlah dua buah bilangan ganjil adalah bilangan genap. Benarkah cara membuktikannya itu secara deduktif?

Setelah membaca semuanya itu tentunya Anda mempunyai pendapat mengenai penyelesaian soal-soal itu. Menyetujui dan mungkin tidak. Bila kita berpendapat bahwa matematika itu suatu studi deduktif, jawaban yang benar dari pertanyaan-pertanyaan itu adalah sebagai berikut.

1. Pertanyaan Pertama

Kita kembali dulu kepada permasalahannya, yaitu kita diminta untuk mencari pusat sebuah lingkaran dari sebuah gambar lingkaran. Bila Anda lupa lagi, lebih baik Anda membacanya kembali.

Cara mencari pusat lingkaran yang telah dilakukan itu salah. Itu bukan cara deduktif. Cara deduktif adalah cara yang berlaku umum, berlaku untuk setiap lingkaran dan harus dapat ditunjukkan kebenarannya secara deduktif pula. Cara penunjukan secara deduktifnya adalah sebagai berikut.



Gambar 1.6

Gambar sebuah lingkaran. Pada lingkaran itu buat dua buah tali busur sembarang tetapi satu sama lain berpotongan di lingkaran; di A misalnya. Setelah itu kita buat sumbu simetri dari kedua busur lingkaran itu. Kedua sumbu simetri berpotongan di suatu titik; sebut titik P . Maka P adalah pusat lingkaran yang dimaksud.

Sekarang kita lihat bahwa cara itu secara deduktif adalah benar. Perhatikan gambar di atas.

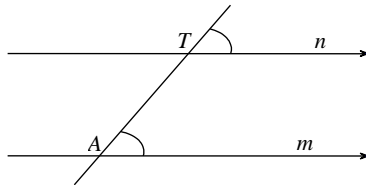
- PD adalah sumbu simetri AC , maka $PC = PA$.
- PE juga sebuah sumbu simetri tetapi dari AB , karena itu PB sama panjang dengan PA atau $PB = PA$.

Dari 1) dan 2) diperoleh $PC = PA = PB$. Kesimpulannya, titik P sama jauh dari semua titik di lingkaran. Dengan kata lain, P adalah pusat lingkaran.

2. Pertanyaan Kedua

Kita ulangi masalahnya. Diketahui sebuah titik dan sebuah garis di satu bidang. Ditanyakan, tarik sebuah garis yang sejajar dengan garis itu.

Bila apa yang telah dilakukan pada pertanyaan 2 itu sekadar menarik sebuah garis yang sejajar dengan garis yang diketahui dan melalui titik yang ada tentunya itu benar, tetapi bila itu disebut cara deduktif adalah salah. Cara yang benar melukis sebuah garis melalui sebuah titik dan sejajar dengan sebuah garis yang terletak pada sebuah bidang adalah sebagai berikut.



Gambar 1.7

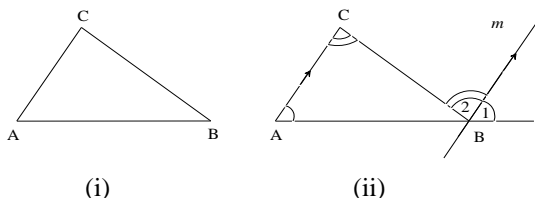
- a. Tarik sembarang garis dari titik itu, sebut titik T yang memotong garis yang diketahui (m) di titik A .
- b. Lukis (buat) n melalui T sehingga berbentuk sudut yang kongruen dengan $\angle A$. Maka garis yang baru dilukis, misalnya garis n sejajar dengan garis m . Atau $n // m$.

3. Pertanyaan Ketiga

Pertanyaannya adalah: Buktikan bahwa jumlah sudut-sudut sebuah segitiga adalah 180° .

Cara yang sudah diuraikan sebagai jawaban terhadap pertanyaan itu secara deduktif adalah salah. Cara yang benar bisa dengan cara berikut.

Gambar sebuah segitiga seperti Gambar 1.8 (i).



Gambar 1.8

Kemudian lukislah sebuah garis m yang sejajar dengan AC di titik B . Maka terbentuklah $\angle B_1$ dan $\angle B_2$ (Gambar 1.8 (ii)). Karena $m \parallel AC$, maka:

$$\angle A = \angle B_1 \quad (\text{sudut-sudut bersehadap})$$

$$\angle C = \angle B_2 \quad (\text{sudut-sudut dalam bersebrangan})$$

$$\angle B = \angle B$$

$$\hline \angle A + \angle C + \angle B = \angle B_1 + \angle B_2 + \angle B$$

Karena sudut B_1 , sudut B_2 , dan sudut B membentuk sudut lurus maka jumlahnya 180° . Karena itu jumlah sudut A , sudut C , dan sudut B pun 180° . Jadi jumlah sudut-sudut pada sebuah segitiga adalah 180° .

4. Pertanyaan Keempat

Pertanyaannya adalah: Tunjukkan bahwa jumlah dua bilangan ganjil adalah bilangan genap.

Cara yang sudah ditunjukkan bahwa jumlah 2 bilangan ganjil itu genap melalui contoh-contoh, boleh saja. Tetapi cara itu bukan cara deduktif. Bila dengan cara itu (contoh-contoh) dan agar pernyataan itu benar, maka semua pasangan bilangan ganjil harus dijumlahkan. Hal itu tidak mungkin sebab banyak pasangan bilangan ganjil itu tak hingga. Bila kita mencoba, sampai kiamat pun tidak akan selesai. Cara deduktif untuk menjawab pertanyaan itu sebagai berikut.

Sebut B himpunan bilangan bulat, G_n himpunan bilangan genap, dan G_l himpunan bilangan ganjil. Lalu:

ambil $m \in B$, maka $2m \in G_n$ dan $2m+1 \in G_l$

ambil $n \in B$, maka $2n \in G_n$ dan $2n+1 \in G_l$.

$$\hline 2m + 2n + 2 = 2(m + n + 1) \in G_n$$

Mengapa $2(m+n+1)$ bilangan genap?

Jadi, jumlah 2 bilangan ganjil adalah bilangan genap.

Dari uraian itu tampak bahwa dengan cara biasa untuk menunjukkan jumlah dua bilangan ganjil itu genap sampai kiamat pun tidak akan selesai. Tetapi, dengan cara matematik bisa selesai dalam 3-4 baris saja. Dari situ kelihatan bahwa matematika itu bidang studi yang sangat padat.



LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Kerjakan/lakukan cara melukis pusat sebuah lingkaran bila lingkarannya diketahui, melukis garis sejajar dengan garis lain yang diketahui melalui sebuah titik, kedua-duanya secara deduktif/formal.
- 2) Dikatakan bahwa bila m dan n dua buah bilangan bulat maka $2(m+n+1)$ adalah bilangan genap. Mengapa?

Petunjuk Jawaban Latihan

- 1) Ambil sebuah jangka. Lalu lakukan langkah-langkah seperti yang dikerjakan di uraiannya.
- 2) $2(m+n+1)$ bilangan genap karena ada faktor 2.



RANGKUMAN

Kegiatan Belajar 1 ini menguraikan hakikat matematika. Apa sebenarnya matematika itu. Salah satu jawabannya yang diuraikan dalam modul ini adalah matematika sebagai studi deduktif.

Bila kita berpendapat matematika itu studi deduktif maka uraiannya harus serba formal (tidak menggunakan alat bantu real), harus berdasarkan aturan-aturan yang berlaku dalam matematika, menunjukkan kebenaran suatu sifat atau dalil itu harus dengan bukti. Jadi, menunjukkan pusat lingkaran secara tidak formal, menunjukkan jumlah sudut-sudut pada sebuah segitiga 180^0 secara tidak formal, menarik sebuah garis yang sejajar dengan garis lain dan melalui sebuah titik secara tidak formal, dan menunjukkan bahwa jumlah dua buah bilangan ganjil adalah bilangan genap secara tidak formal seperti yang sudah diuraikan boleh-boleh saja; untuk kepentingan praktis benar. Tetapi salahnya cara-cara itu bila dilihat dari matematika sebagai studi deduktif.



TES FORMATIF 1

Kerjakan soal-soal berikut!

- 1) Tunjukkan bahwa isi bola itu $\frac{4}{3}\pi R^3$ secara formal (R adalah panjang jari-jari bola)! (Skor maksimal 10)
- 2) Buktikan secara tidak formal bahwa rumus isi bola yang panjang jari-jarinya R adalah seperti di soal Nomor 1! (Skor maksimal 10)
- 3) Pada suatu waktu di tahun 2000-an, Pak Drs. R. Rawuh (alm) dari ITB yang terkenal jujur bilang kepada saya, “Saya menggambar sebuah lingkaran di depan sekitar 30 mahasiswa ITB meminta agar mereka menentukan titik pusatnya. Tetapi tidak seorang pun yang bisa”, katanya. Selanjutnya beliau berkata, “Bila mahasiswa ITB saja tidak bisa, apalagi mahasiswa perguruan tinggi lain”. Pertanyaannya ialah:
 - a. Mengapa mahasiswa ITB itu seorang pun tidak bisa, sedangkan kami dulu di SMP bisa?
 - b. Apakah orang-orang Indonesia itu makin bodoh?
(Skor maksimal 10)
- 4) Tunjukkan bahwa bila dengan cara informal $2^n < 2n+2$ untuk semua bilangan cacah n bisa benar, padahal pertidaksamaan itu untuk semua n bilangan cacah salah. (Skor maksimal 10)

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 1 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah skor jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 1.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah skor Jawaban yang Benar}}{40} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali

80 - 89% = baik

70 - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 2. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 1, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 2

Matematika sebagai Bahasa

Sebelum kita membahas bahwa matematika itu adalah bahasa, terlebih dahulu mari kita bahas sedikit mengenai bahasa dengan memperhatikan beberapa pernyataan, pertanyaan, dan suruhan atau perintah. Misalnya berikut ini.

1. Presiden RI yang pertama adalah Ir. Soekarno.
2. RI adalah Negara Islam.
3. Siapakah presiden RI Tahun 2010?
4. Apakah RI Negara daratan atau Negara kepulauan?
5. Ambillah pensil yang ada di meja itu.
6. Pergilah kamu sekolah, sudah siang.

Marilah kita bahas pernyataan, pertanyaan, dan suruhan di atas!

Mana dari pernyataan 1 dan 2 itu yang benar dan mana yang salah? Pernyataan 1 itu benar, sedangkan pernyataan 2 salah bukan. Sekarang Anda perhatikan pertanyaan Nomor 3 dan 4! Lalu coba jawab! Jawaban yang benar untuk pertanyaan Nomor 3 adalah Susilo Bambang Yudoyono, bukan? Jawaban untuk pertanyaan nomor 4, yang benar adalah RI adalah Negara kepulauan.

Kemudian suruhan nomor 5 itu telah dilakukan dan benar bila pensil yang dimaksud diambil oleh orang yang disuruh. Dan suruhan nomor 6 benar, bila orang yang disuruh sudah pergi.

Itulah beberapa ungkapan dalam bahasa beserta pengecekan kebenarannya, termasuk seandainya pertanyaan itu sudah dijawab.

Sekarang perhatikan pernyataan, pertanyaan, dan suruhan dalam Matematika. Contoh:

1. $2 + 3 = 6$
2. Antara dua buah bilangan real yang berbeda selalu ada bilangan real lain yang berbeda.
3. Bila $a * b = a^2 + b^2 - ab$ untuk a dan b bilangan bulat apakah operasi * tertutup dalam bilangan bulat?
4. Berapakah $\sqrt{9}$?
5. Hitung banyak diagonal dari sebuah segi $-n$.
6. Bila $x^2 - 4x + 3 = 0$, maka akar-akarnya adalah... dan...

Marilah kita bahas kalimat-kalimat matematika itu. Kalimat nomor 1 salah. Seharusnya $2+3=5$. Itu sama dengan pernyataan “Presiden RI pertama adalah Soeharto” salah, bukan. Semestinya “Presiden RI pertama adalah Soekarno”.

Mengenai pernyataan kedua, besar kemungkinan banyak orang yang tidak mengetahui. Tetapi bagi guru matematika pada umumnya dan dosen calon gurunya tentunya mengetahui bahwa pernyataan itu benar. Bagi yang belum mengetahui cara melihat kebenarannya itu sebagai berikut.

Ambil dua bilangan real sembarang a dan b misalnya. Lalu jumlahkan dan bagi dua, diperoleh $\frac{1}{2}(a+b)$. Bilangan itu besarnya antara a dan b , bukan. Lalu, antara a dan $\frac{1}{2}(a+b)$ apakah ada bilangan real lain? Tentunya ada. Paling tidak adalah $\frac{1}{2}(a+\frac{1}{2}(a+b))$. Begitulah seterusnya.

Dalam bahasa sehari-hari pernyataan untuk nomor 2 itu sama dengan pernyataan “Di Amerika serikat yaitu di kota New York ada gedung bertingkat tinggi yang disebut Emire State Building” bagi orang yang belum mengetahui.

Untuk menjawab pertanyaan nomor 3 yaitu apakah operasi $*$ dengan $a*b = a^2 + b^2 - ab$ di mana a dan b bilangan bulat bersifat tertutup pada bilangan bulat, juga mungkin bagi kebanyakan orang tidak bisa diselesaikan karena ilmunya belum cukup. Tetapi bagi yang sudah mengetahui apa yang dimaksud dengan sifat tertutup dari operasi $*$ mudah saja. Pengecekkannya, apakah operasi $*$ pada bilangan bulat itu tertutup atau tidak adalah sebagai berikut.

Pengecekkannya ialah apakah untuk setiap bilangan bulat a dan b , $a^2 + b^2 - ab$ bilangan bulat? Bila jawabannya ya, itu berarti operasi $*$ tertutup pada bilangan bulat.

Bila kita mengambil 2 bilangan bulat a dan b sembarang, maka $a^2 + b^2 - ab$ itu bilangan bulat, sebab bila a dan b bilangan bulat, maka a^2 bilangan bulat, b^2 bilangan bulat, dan ab pun bilangan bulat. Karena itu $a^2 + b^2 - ab$ pun bilangan bulat. Jadi operasi $*$ pada bilangan bulat adalah tertutup.

Perhatikan lagi $2+3=6$.

Bagi orang yang sudah belajar matematika, mengatakan $2+3=6$ itu salah apakah karena ia berbahasa Sunda, berbahasa Jawa, berbahasa Indonesia, berbahasa Inggris, atau berbahasa apa? Orang Rusia misalnya, yang tidak mengerti semua bahasa di atas tetapi sudah belajar matematika,

akankah mengatakan bahwa $2+3=6$ itu salah? Tentu saja, bukan. Jadi matematika itu bukan bahasa daerah, bukan bahasa nasional tetapi bahasa internasional.

Kita lanjutkan dengan membahas pertanyaan Nomor 4. Jawaban yang benar dari $\sqrt{9}$ adalah 3. sedangkan yang bisa menjawab suruhan Nomor 5, seperti untuk pernyataan Nomor 2 dan pertanyaan Nomor 3 mungkin tidak banyak. Andaikan jawabannya sebagai berikut. Kita mulai dengan melihat banyak diagonal yang dapat ditarik dari sebuah titik pada berbagai segi.

Nama Segi	Banyak Diagonal dari Satu Titik	atau
3	0	3-3
4	1	4-3
5	2	5-3
6	3	6-3
.	.	.
.	.	.
.	.	.
n	.	$n-3$

Kesimpulannya, banyak diagonal pada segi n yang dapat ditarik dari satu titik sudut adalah $n-3$.

Bila banyak diagonal dari satu titik segi n dapat diperoleh $n-3$ diagonal, maka bila ditariknya dari semua titik sudutnya (n buah) maka akan diperoleh $n(n-3)$ diagonal. Tetapi karena sewaktu menarik sebuah diagonal dari dua titik yang letaknya berseberangan itu 2 kali maka banyaknya diagonal yang bisa ditarik pada segi n itu bukan $n(n-3)$ tetapi $\frac{1}{2}n(n-3)$.

Untuk melihat benar tidaknya rumus itu, mari kita cek/periksa untuk segi 3, segi 4, segi 5, dan segi 6.

Untuk segitiga $\frac{1}{2}n(n-3) = \frac{1}{2}3(3-3) = 0$. Benar

Untuk segiempat $\frac{1}{2}n(n-3) = \frac{1}{2}4(4-3) = 2$. Benar

Untuk segilima $\frac{1}{2}n(n-3) = \frac{1}{2}5(5-3) = 5$. Benar

Untuk segienam $\frac{1}{2}n(n-3) = \frac{1}{2}6(6-3) = 9$. Benar

Jadi, rumus itu benar.

Ditanyakan apakah pembuktian kebenaran yang sudah dilakukan mengenai banyak diagonal pada segi $-n$ yang banyaknya $\frac{1}{2}n(n-3)$ itu sudah tuntas?

Kita lihat suruhan terakhir yaitu suruhan nomor 6. Soalnya adalah “Bila $x^2 - 4x + 3 = 0$, maka akar-akarnya adalah... dan...”.

Bila seseorang, siapa pun dan bangsa apa pun, sudah belajar matematika akan mengerti arti dari $x^2 - 4x + 3 = 0$. Dan akan memberi jawaban 1 dan 3. Di sini juga jelas bahwa pernyataan “Akar-akar $x^2 - 4x + 3 = 0$ adalah 1 dan 3” adalah pernyataan benar.

Kita tinggalkan mengenai matematika sebagai bahasa dan kita lanjutkan dengan karakteristiknya dibandingkan dengan bahasa lain terutama dengan bahasa sehari-hari. Perhatikan contoh-contoh berikut.

Pertama, dalam matematika bila kita diminta untuk menulis bilangan dari satu sampai suatu bilangan, satu juta misalnya, menulisnya itu tidak seperti dalam tulisan sehari-hari yaitu menulis: satu, dua, tiga, dan seterusnya sampai satu juta, tetapi sebagai berikut: 1,2,3,...,10⁶. Dengan contoh itu jelas bila dengan bahasa biasa menulis bilangan dari satu sampai satu juta itu bisa memerlukan beribu lembar kertas, dengan bahasa matematika memerlukan tempat satu baris pun tidak. Jadi, bahasa matematika itu sangat hemat atau ekonomis.

Kedua, seperti contoh di atas bila seseorang diminta untuk mengalikan bilangan dari satu sampai seribu, dalam bahasa sehari-hari orang akan menulisnya: satu kali dua kali tiga dan seterusnya sampai seribu. Karena itu akan memerlukan kertas berlembar-lembar. Tetapi dengan matematika tulisan itu adalah $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 1000$. Dan bila ditulis dengan notasi faktorial adalah 1000! Jadi tulisan dalam matematika itu selain hemat atau ekonomis, juga singkat atau padat.

Ketiga, bahasa matematika itu tidak mendua arti apalagi membanyak arti. Maksudnya bahasa matematika itu tidak ambigu. Perhatikan contoh berikut. Berapakah $5+5$? Jawabannya 10 bukan? Tidak ada yang lain. Contoh lain. Apakah 0 bilangan bulat? Jawabannya tentu ya, bukan? Ada yang jawabannya berbeda tetapi hasilnya sama. Misalnya, bilangan asli apa kali bilangan asli apa sama dengan 10? Jawabannya adalah 1×10 , 2×5 , 10×1 , dan 5×2 . Tidak ada yang lain, bukan. Contoh terakhir. Berapakah $2+3 \times 5$? Jawabannya adalah 17 bukan 25, sebab 3×5 itu sama dengan $(5+5+5) = 15$.

Berbeda dengan bidang lain. Sebuah kata itu bisa bermakna ganda atau banyak. Contoh. Mari ke sini cantik. Arti cantik di situ bisa memang yang dipanggil itu cantik, tetapi bisa juga sekedar basa-basi agar yang dipanggil itu merasa nyaman. Contoh lain arti demokrasi. Amerika Serikat, Inggris, Indonesia, dan RRC semua akan mengatakan negaranya itu demokrasi. Tetapi kenyataan di lapangan demokrasi yang satu dengan yang lain, berbeda.



LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Dikatakan bahwa $\sqrt{9} = 3$. Mengapa tidak -3 juga?
- 2) Telah ditunjukkan bahwa banyak diagonal yang dapat ditarik pada sebuah segi $-n$ adalah $\frac{1}{2}n(n-3)$. Apakah cara menunjukkan kebenaran uraian tersebut sudah tuntas menurut aturan matematik?

Petunjuk Jawaban Latihan

- 1) $\sqrt{9} = 3$. Itu yang benar. Mengapa $\sqrt{9}$ tidak juga -3 , itu hanya perjanjian bahwa akar pangkat dua dari sebuah bilangan adalah bilangan yang positif.
- 2) Belum tuntas. Seharusnya dilanjutkan dengan induksi matematika.



RANGKUMAN

Kegiatan Belajar 2 ini menguraikan segi lain dari matematika. Bahwa matematika itu selain disebut studi deduktif, disebut juga bahasa. Bahasanya adalah bahasa internasional.

Matematika disebut bahasa karena bagi orang-orangnya, matematika dapat digunakan sebagai alat komunikasi. Orang-orangnya, bagaimanapun berlainan bahasanya, bila menghadapi persoalan matematika sesuai tingkat kemampuannya akan dapat berkomunikasi secara baik; sekali lagi meskipun dengan bahasa sehari-hari, mereka

tidak dapat berkomunikasi. Dan karakteristik matematika sebagai bahasa itu hemat, padat, cermat, dan tidak mendua arti.



TES FORMATIF 2

Kerjakan soal-soal berikut!

- 1) Lanjutkan uraian dalam buku ini mengenai banyak diagonal pada segi $-n$ adalah $\frac{1}{2}n(n-3)$ dengan menunjukkan kebenarannya secara tuntas (dengan menggunakan induksi matematika)! (Skor maksimal 10)
- 2) Apakah cara induksi matematika yang digunakan di soal nomor 1 di atas itu cara induktif atau cara deduktif? (Skor maksimal 5)
- 3) Dalam kegiatan belajar 2 yang baru saja Anda pelajari, matematika bisa dijuluki bahasa. Bahasanya bahasa internasional yang karakteristiknya ekonomis, padat, cermat, hemat, dan tidak mendua arti. Cari 2 atau 3 contoh yang menunjukkan bahwa bahasanya itu cermat. (Skor maksimal 10)
- 4) Bila ada tulisan dengan angka apakah itu selalu berupa bahasa matematika yang bermakna (komunikatif)? Beri sebuah contoh. (Skor maksimal 5)

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 2 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah skor jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 2.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah skor Jawaban yang Benar}}{30} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali

80 - 89% = baik

70 - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 3. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 2, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 3**Matematika sebagai Ratu dan Pelayan Ilmu**

☉ pertama-tama kita lihat Ratu dan kaitannya dengan julukan Ratu bagi matematika. Perhatikan seorang Ratu dari suatu Negara, bahkan dari suatu daerah. Ia anggun, cantik, dihormati, gemerlapan, indah, diperlukan, dan semacamnya; bahkan raja memerlukannya. Mungkin ada ratu yang tidak cantik tetapi paling tidak seorang ratu akan indah karena mengenakan pakaian yang gemerlapan dan karena itu kelihatan anggun.

Lebih lanjut kita lihat mengenai hakikat seorang ratu dan perilaku yang harus dijaga agar ia tetap dihormati dan dikagumi. Karena keturunan ia dipilih sebagai ratu. Selama ia menjadi ratu terutama ia harus menjaga perilakunya sehingga dihormati dan dikagumi oleh rakyatnya. Dan karena ia berkuasa, orang-orang menghormatinya.

Bila seseorang ingin bertemu dengan ratu, ia harus datang menemuinya. Saya kira tidak ada ratu yang datang untuk bertemu orang yang memerlukannya, atau bersama datang ke suatu tempat di luar daerah kekuasaannya. Siapa pun bila ingin bertemu dengan ratu, ia harus datang untuk menghadap. Barangkali kata ratu, "Bila Anda memerlukan aku, datanglah". Tentu saja yang akan diterima oleh ratu itu harus yang memenuhi syarat, misalnya seorang pejabat, mengetahui tata tertibnya, dan berpakaian secara sopan, bukan.

Begitu pula matematika. Melihat hakikat matematika, matematika itu seperti ratu. Matematika itu anggun, cantik, indah, dan semacamnya. Dan sesuai dengan hakikatnya, matematika itu mandiri dan diperlukan oleh manusia. Tentu saja yang diperlukan oleh manusia itu sesuai dengan tingkat kemampuan matematika dari yang memerlukan, bukan.

Kemandirian dan diperlukannya oleh manusia sebagai sifat matematika, itu serupa dengan yang dimiliki oleh seorang ratu. Seperti sudah disampaikan, karena keturunan ia dipilih sebagai ratu dan setelah menjadi ratu ia diperlukan manusia. Karena kekhasannya, matematika diperlukan manusia.

Jadi, bila seseorang mulai dari orang awam sampai kepada ilmuwan/matematikawan memerlukan matematika, ia harus datang ke matematika lalu menggunakannya. Maksudnya, tidak mungkin matematika yang datang untuk

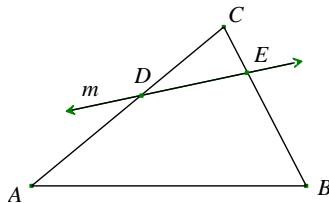
menemui yang memerlukan. Jadi itulah perilaku matematika seperti perilaku seorang ratu. Bila seseorang itu memerlukan, ia harus mendatangnya.

Sewaktu saya memberi kuliah mahasiswa S1 dan sedang mendiskusikan bahwa matematika itu seperti ratu bahwa setiap orang yang memerlukannya harus datang kepadanya, salah seorang mahasiswa memberi komentar. Katanya, “Pak, bila setiap orang yang memerlukan matematika harus datang kepadanya, maka matematika itu sama dengan WC”. Jawab saya, “Dari segi harus datang kepadanya, ya serupa. Tetapi, bila kita akan ke belakang, kita tidak harus ke WC bukan; kita bisa buang air ke semak-semak. Selain itu bila kita datang ke matematika karena kita memerlukannya; tidak setiap orang bisa datang. Dan sewaktu kita datang ke WC, kita akan membuang sesuatu; kotoran. Sedangkan bila kita datang ke matematika, matematika akan membantu kita; kita akan dibantu, bukan sebaliknya.

Mandirinya matematika, sebagai mandirinya seorang ratu terlihat juga dari pengembangannya. Matematika bisa berkembang tanpa bantuan ilmu-ilmu lain. Bahkan matematika dapat berkembang bukan untuk memecahkan sesuatu. Berguna atau tidak yang ditemukan itu, bagi matematika dan bagi matematikawan tidak peduli.

Tadi dikatakan bahwa sewaktu akan dan setelah menjadi ratu, ratu itu harus menjaga diri agar tetap indah, anggun, kharismatik, dan semacamnya. Begitu pula matematika. Yang membuatnya harus berusaha keras agar matematika itu tetap indah, cermat, hemat, padat, tidak mendua arti dan semacamnya. Seperti sudah disampaikan, misalnya $2+3\times 5$ itu 17 bukan 25. Contoh lain seperti berikut ini.

Perhatikan Gambar 1.9 di bawah ini.



Gambar 1.9

Pada suatu bidang ada segitiga ABC dan garis m . Ditanyakan manakah irisan antar segitiga ABC dan garis m itu yang benar?

- a. \overline{DE}

- b. Segitiga DEC
- c. \overline{DE}
- d. $\{D, E\}$

Coba Anda pilih dulu jawaban yang benar menurut Anda sebelum Anda membaca jawaban berikut ini. Jawabannya, d, bukan. Jawaban a salah karena \overline{DE} itu bukan bagian dari segitiga ABC kecuali titik D dan E . Jawaban b salah, sebab kecuali titik D dan E bukan bagian bersama dari segitiga ABC dan m . Juga \overline{DE} bukan bagian dari segitiga ABC , kecuali titik D dan E . Jawabannya d. $\{D, E\}$ karena dalam matematika tegas, tidak mendua arti bahwa segitiga itu hanya bagian sisi-sisinya, bukan sisi-sisi dan daerah dalamnya.

Kita lanjutkan melihat matematika sebagai pelayan ilmu. Sebagian orang berpendapat bahwa matematika itu bukan suatu ilmu, sebab dikembangkannya tidak ilmiah; misalnya, pengembangannya tidak seperti pengembangan IPA.

Matematika, menjadi pelayannya itu bukan hanya menjadi pelayan ilmu, untuk yang lainnya pun menjadi pelayan: pelayan bagi manusia awam yang berjual beli di pasar misalnya, pelayan bagi bidang studi lain, dan pelayan bagi para ilmuwan. Bila jaman dulu yang dilayani itu terbatas kepada ilmu-ilmu eksakta seperti Fisika, Kimia, dan Biologi, sekarang ilmu-ilmu sosial pun mau dilayani. Apalagi dalam penelitian, hampir setiap bidang studi dan ilmu memerlukan bantuan.

Layanan yang diberikan oleh matematika kepada manusia bukan seperti manusia memberikan layanan kepada manusia lain, tetapi ada syaratnya. Syaratnya itu adalah orang yang akan memperoleh layanan itu harus memiliki kemampuan sesuai dengan yang dimintanya. Bila tidak akan sia-sia saja. Sebagai contoh, andaikan seseorang memerlukan senjata karena ada harimau yang berkeliaran di kampungnya. Kemudian ia dikasih bedil, tetapi andaikan ia tidak bisa menggunakannya. Akan sia-sia bukan. Contoh dalam matematika, misalnya ia ingin mengetahui luas lapangan yang berbentuk lingkaran. Ia memerlukan matematika. Matematika yang akan digunakannya adalah integral. Tetapi yang akan menghitung luas itu tidak memahami bagaimana cara menggunakan integral. Tentunya usaha orang itu akan sia-sia bukan.

Kita lihat lebih lanjut arti ratu dan pelayan ilmu, nama-nama julukan bagi matematika tetapi dilihat dari pandangan yang lebih objektif.

Bila kita perhatikan, sewaktu ratu menerima pengunjung, pada dasarnya ratu itu melayani tamu, bukan. Bedanya ialah yang berkunjung itu yang menghadap, sedangkan yang menerima adalah yang berkuasa. Tetapi pada julukan kedua pun bahwa matematika itu pelayan ilmu, pada dasarnya sama dengan julukan pertama yaitu matematika sebagai ratunya ilmu. Sama-samanya itu ialah ratu dan pelayan itu sama-sama berkuasa dan yang menghadap dan dilayani itu sama-sama pada posisi yang lebih rendah. Tetapi posisi yang dilayani pun lebih rendah daripada posisi yang melayani. Sebab untuk bisa dilayaninya, yang dilayani itu harus menguasai matematika tertentu, tetapi matematikanya sendiri adalah segala-galanya.

Jadi, julukan itu pada dasarnya sama. Hanya, perbedaannya, kata “ratu” mengenakan sedangkan kata “pelayan” tidak.



LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Andaikan Anda bertemu dengan seorang asing yang tidak dapat berkomunikasi dengan bahasa. Misalnya dengan seorang Rusia. Beri ia sebuah soal berhitung. Misalnya, $4 + 5 = \square$. Dengan bahasa isyarat suruhlah ia mengisi kotak itu, pertanyaannya adalah sebagai berikut.
 - a. Mungkinkah ia mengisi kotak itu dengan 9?
 - b. Bila ia mengisinya dengan 9, bagaimana bahasa matematika orang itu?
- 2) Tulislah sebuah pernyataan matematika, suatu himpunan yang tampak bahwa penulisan dengan notasi himpunan itu jauh lebih singkat dari pada dengan cara biasa!

Petunjuk Jawaban Latihan

- 1) a. Mungkin sekali.
- b. Bahasa matematika orang itu ada. Karena antara Anda dan orang itu telah terjadi komunikasi melalui $4 + 5 = \square$.

- 2) Himpunan bilangan asli kurang dari 1000 ditulis
 $H = \{x \mid x \in A, x < 1000\}$.



RANGKUMAN

Kegiatan Belajar 3 ini menguraikan arti matematika, bahwa matematika itu adalah ratunya ilmu dan pelayan ilmu. Matematika dijuluki ratunya ilmu karena selain matematika itu mandiri, tidak bergantung kepada ilmu lain, juga anggun sendiri. Dengan kemandiriannya itu matematika tidak memerlukan bidang studi lain; seperti seorang ratu. Bila kita ingin bertemu dengan ratu, kita harus mendatanginya. Begitu pula bila kita perlu matematika, kita sendiri yang harus belajar untuk menguasainya. Kata matematika, “Bila perlu aku datanglah kepadaku”.

Selain matematika dijuluki ratunya ilmu, matematika juga dijuluki pelayan ilmu. Matematika disebut pelayan ilmu karena setiap bidang studi dan orang yang memerlukan matematika akan dilayani. Bila kita pandang julukan-julukan itu lebih objektif, maknanya dari kedua julukan ratunya ilmu dan pelayan ilmu itu sama. Ratunya ilmu untuk menyanjung dan pelayan ilmu untuk sebaliknya.



TES FORMATIF 3

Kerjakan soal-soal berikut!

- 1) Tidakkah bidang studi lain tertentu pun bisa dijuluki pelayan ilmu, bahasa Indonesia misalnya? (Skor maksimal 10)
- 2) Selain matematika adakah ilmu lain yang juga merupakan ratunya ilmu? (Skor maksimal 10)
- 3) Bila matematikanya matematika lain, bukan matematika aksiomatik, Pendidikan Matematika realistik Indonesia (PMRI) misalnya apakah julukan matematika sebagai ratunya ilmu masih berlaku? (Skor maksimal 5)

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 3 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah skor jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 3.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah skor Jawaban yang Benar}}{25} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 4. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 3, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 4

Matematika sebagai Seni

Apakah seni itu? Seni adalah sesuatu yang indah. Pengembangnya sering karena yang bersangkutan memiliki bakat untuk itu. Sebagai penyanyi yang baik sering bakat nyanyinya itu dimiliki sejak kecil. Begitu pula seorang pelukis. Bila kita belajar bidang-bidang seperti itu, kita sukar untuk bisa apalagi ahli. Perhatikan saja menyanyi. Seseorang yang tidak mempunyai bakat dalam menyanyi, ia tetap tidak akan bisa menyanyi dengan baik walaupun ia terus-menerus belajar dengan prakteknya. Sekarang kita lihat apa sebabnya matematika bisa disebut seni, di mana letak indahnyanya.

Pertama kita lihat benda-benda mainan anak-anak kecil. Mainan-mainan itu ada yang berbentuk lingkaran, segitiga, persegi, persegi panjang, bola, kubus, balok, silinder, kerucut, dan lain-lain. Anak-anak banyak yang menyukainya, apalagi bila berwarna-warni. Semua bentuk-bentuk itu baik bentuk bidang maupun bentuk ruang adalah bentuk-bentuk benda matematika yang indah.

Kedua, perhatikan bangunan rumah, gedung perkantoran, mesjid, dan lain-lain beserta asesorisnya. Bangunan itu ada yang berbentuk kubus, berbentuk balok, berbentuk limas, berbentuk bola bagi kubah mesjid, dan berbentuk silinder. Kadang-kadang sebuah bangunan itu bertingkat terdiri dari silinder-silinder yang makin ke atas semakin kecil seperti bangunan di Washington DC; indah.

Begitu pula asesorisnya berbentuk benda-benda geometri seperti persegi, persegi panjang, dan lingkaran. Selain jendela dan pintu itu misalnya berbentuk persegi panjang, bentuknya pun simetris; kesimetrisan pun merupakan konsep matematika yang banyak dibahas. Manusia memilih bentuk-bentuk itu tentunya karena bentuk-bentuk itu enak dipandang mata; indah.

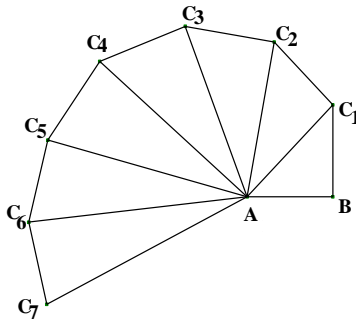
Selanjutnya kita lihat dalam ruangan yang bentuknya geometris. Lemari, bufet, kulkas, meja, pintu, dan sebagainya, bentuk bendanya matematis. Termasuk cermin, berbentuk persegi panjang atau lingkaran. Pot-potnya pun berbentuk simetris. Semuanya indah.

Kita lihat yang dipakainya, kebanyakan simetris seperti baju, celana atau rok, sepatu, sandal, dan lain-lain. Tidak ada baju atau celana yang sebelah pendek dan yang sebelah lagi panjang. Begitu pula tidak ada warna sepatu

berbeda warna, yang sebelah warna hitam dan yang sebelah lagi warna coklat misalnya. Bahkan Tuhan menciptakan makhluk hidup pada umumnya simetris. Letak mata, hidung, telinga, tangan, kaki, dan badan itu simetris terhadap sumbu simetrinya. Tuhan pun tampaknya suka kepada keindahan. Bahkan ciptaan-Nya bila membuat sesuatu itu suka yang bentuknya simetris, seperti ibu-ibu membuat kue yang berbentuk silinder; bertahap atau tidak. Para ahlinya membuat becak, andong, sepeda, mobil, truk, dan pesawat udara bentuknya simetris terhadap sumbu tertentu. Semuanya itu manusia buat demi keindahan.

Itu beberapa bentuk benda-benda matematika dan kesimetrisannya. Yang karena bentuk-bentuknya seperti itu dibuat satu sama lain simetris, semuanya menjadi indah. Semuanya itu ada dalam matematika. Jadi matematika itu suatu seni karena ada keindahannya.

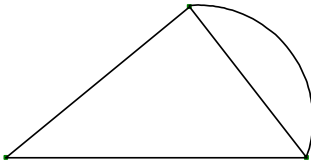
Kita lanjutkan melihat keindahan matematika dalam matematika sendiri. Pertama perhatikan gambar berikut.



Gambar 1.10

Gambar itu terdiri dari segitiga-segitiga siku-siku yang salah satu sisi siku-sikunya sama panjang yaitu satu. Sedangkan sisi-sisi miringnya makin lama makin panjang. Cara membuatnya adalah sebagai berikut. Mulai dengan menggambar segitiga siku-siku sama kaki ABC_1 dengan panjang sisi siku-sikunya 1 satuan. Segitiga AC_1C_2 dibuat dengan jalan membuat sisi C_1C_2 sepanjang 1 satuan dan tegak lurus AC_1 . Segitiga AC_2C_3 dibuat dengan jalan membuat sisi C_2C_3 tegak lurus AC_2 dan panjang C_2C_3 1 satuan. Dan seterusnya. Bentuk yang terjadi seperti keong. Indah bukan.

Kedua perhatikan banyak titik potong (T), banyak daerah (D), dan banyak lengkung (L) dari lengkung tertutup pada bidang. Untuk lebih memahami, perhatikan contoh berikut.



Gambar 1.11

Pada Gambar 1.11 tentukan berapa banyak T , banyak D , dan banyak L ? Coba hitung lalu cocokkan jawaban Anda dengan jawaban di bawah ini. (Jawab: $T = 3$, $D = 2$, $L = 4$).

Sekarang perhatikan gambar bentuk-bentuk geometri berikut. Isilah banyak titik, banyak daerah, dan banyak lengkungannya masing-masing.

Gambar	Banyak Titik (T)	Banyak Daerah (D)	Banyak Lengkung (L)

(Jawab: Banyak T , D , dan L , baris 1: 3, 1, 3; baris 2: 7, 6, 12; baris 3: 2, 2, 3; baris 4: 7, 5, 11).

Kesimpulan apa yang dapat diambil mengenai T , D , dan L ?

Jawab: $T + D = L + 1$.

Apakah indah persoalan ini? Indah adalah bila banyak dari 2 unsur diketahui maka banyak unsur ketiganya tidak usah dibilang. Misalnya, bila pada suatu lengkung itu diketahui $T = 10$ dan $L = 20$, maka daerah yang terbentuk itu banyaknya 11 buah.

Pada kedua bukti itu, bila menggunakan cara biasa, sampai kiamat pun tidak akan selesai. Tetapi dengan menggunakan cara matematika, keduanya dapat diselesaikan hanya dengan beberapa baris saja. Dengan cara yang tepat, akurat, dan singkat, orang-orang menjadi kagum atas cara-cara pembuktian dalam matematika. Dengan demikian matematika itu indah.

Karena keakuratan, ketepatan, kejelasan, dan kecermatan matematika, apakah ada orang yang berpikir sebaliknya? Ada, antara lain Al-Gazali dan wakil Saudi Arabia pada Konferensi Negara-Negara Islam di Kuwait tahun 1983. Al-Gazali mengatakan (dalam Hoodbhoy, 1996, h. 184).

Tidak satu pun hasil-hasil matematika, katanya, terkait dengan agama. Karena itu, matematika bukanlah subjek yang diharamkan. Walaupun demikian, kata Al-Gazali, matematika menyebabkan banyak bahaya dan sangat sering menjadi penyebab kekafiran.

Barangkali kata Al-Gazali, bila matematika itu tergolong binatang, matematika itu serupa dengan kura-kura, karena bisa hidup di air dan bisa hidup di darat; matematika itu ada manfaat dan ada mudaratnya.

Sekarang kita lihat wakil Saudi Arabia di Konferensi Negara-Negara Arab tahun 1983 di Kuwait. Dikatakan,

Tujuan nyata dari konferensi yang dikunjungi oleh rektor-rector 17 universitas Arab itu adalah untuk mengenali dan menyingkirkan kemacetan perkembangan sains dan teknologi di dunia Arab. Tetapi ada satu topik yang mendominasi *proceeding*: Islamkah sains? Delegasi Saudi mengatakan bahwa sains murni condong menghasilkan 'kecendrungan Mu'tazilah' yang secara potensial merupakan keyakinan *bid'ah*. Sains adalah sesuatu yang profan karena bersifat sekuler; menurut pendapat mereka, sains menentang keyakinan Islam. Walaupun teknologi harus dimajukan karena manfaatnya nyata, sains murni seharusnya dihambat, demikian menurut delegasi Saudi. (Hoodbhoy, 1996, h.66-67)

Demikian pendapat dua orang yang berbeda mengenai matematika dan sains murni. Yang menurut matematikawan dan *scientis* kedua bidang itu harus dikembangkan, menurut kedua orang di atas kemajuan matematika dan sains murni harus dihambat.



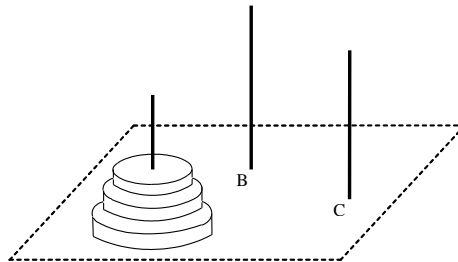
LATIHAN

Agar Anda dapat lebih menguasai materi dalam Kegiatan Belajar 3 ini, kerjakan soal-soal berikut ini dengan baik.

- 1) Perhatikan benda-benda geometri yang ada di tempat Anda:
 - a. yang dipakai untuk membangun sesuatu dan bangunannya indah.
 - b. yang memiliki sumbu simetri.
 - c. yang mempunyai bidang simetri.
- 2) Perhatikan gambar yang bentuknya seperti keong yang telah diuraikan pada Kegiatan Belajar 4.
 - a. Tunjukkan bahwa makin besar n , AC_n makin panjang.
 - b. Berapa panjang AC_{10} bila satuan panjangnya 2 cm.
- 3) Tahukah Anda Menara Hanoi? Bila belum, lihat di salah satu sumbernya.
Bila kepingannya ada 3 buah, berapa kali langkah minimum yang harus dilakukan agar semua keping itu pindah tempat?

Petunjuk Jawaban Latihan

1. a. Banyak. Misalnya daun pintu, daun jendela, balok, tiang yang berbentuk silinder.
- b. Dari a yang memiliki sumbu simetri adalah daun pintu, daun jendela, dan tiang yang berbentuk silinder. (Catatan: daun pintu dan jendela tipis).
- c. Di a yang memiliki bidang simetri adalah tiang itu. Yang lainnya yang memiliki bidang simetri misalnya binatang; termasuk manusia tentunya.
2. a. Lihat saja segitiga ABC_1 . Panjang $AC_1 = \sqrt{2}$. Kemudian pada segitiga AC_1C_2 panjang $AC_2 = \sqrt{2+1} = \sqrt{3}$.
- b. Tanpa menghitung tentunya kita bisa menyebutkan panjang AC_{10} adalah $2\sqrt{11}$ cm.
3. Untuk yang belum mengetahui, akan diterangkan terlebih dahulu apa menara Hanoi itu.
Menara Hanoi adalah suatu permainan. Terdiri dari sebuah papan dan 3 buah tiang (lihat Gambar 1.12).



Gambar 1.12

Pada salah satu tiangnya terdapat kepingan-kepingan yang makin ke atas jari-jarinya makin kecil. Di gambar kiri itu ada 3 keping. Cara bermainnya ialah: Kita harus memindahkan semua kepingan dari tiang *A* ke tiang *B* dengan pertolongan tiang *C*. Sekali pemindahan hanya boleh sebuah dan kepingan yang lebih besar tidak boleh ada di atas kepingan yang lebih kecil. Yang berhasil ialah yang banyak langkahnya paling sedikit.

Cara memindahkan ketiga keping dari tiang *A* ke tiang *B* melalui tiang *C* adalah sebagai berikut. Sebut kepingan paling kecil 1, kepingan yang agak besar 2, dan kepingan yang paling besar 3. Langkahnya adalah:

- a. Pindahkan 1 ke tiang *B*
- b. Pindahkan 2 ke tiang *C*
- c. Pindahkan 1 ke tiang *C*
- d. Pindahkan 3 ke tiang *B*
- e. Pindahkan 1 ke tiang *A*
- f. Pindahkan 2 ke tiang *B*
- g. Pindahkan 1 ke tiang *B*

Jadi, paling sedikit ada 7 langkah.



RANGKUMAN

Kegiatan Belajar 4 ini menguraikan pendapat lain dari matematika, bahwa matematika itu sesuatu yang indah. Karena itu matematika disebut seni.

Indahnya matematika bisa dilihat dari banyaknya bentuk geometri (matematika) yang diterapkan dalam bangunan seperti daun pintu, daun jendela, kubus, balok, dan bola. Selain itu, konsep kesimetrisan yang

merupakan salah satu topik penting dalam bentuk geometri (matematika) juga banyak terdapat pada benda-benda dan makhluk hidup.

Selain itu indahnya matematika itu terwujud dalam matematika itu sendiri, seperti padat, mandiri, cermat, hemat, konsisten, dan selalu diperlukan. Dan bukti matematika itu sangat hemat dan jelas. Seperti sudah disampaikan, bila untuk menunjukkan kebenaran matematika dengan cara biasa sampai kiamat pun ada yang tidak bisa selesai, sedangkan dengan matematika hanya dengan beberapa baris saja.



TES FORMATIF 4

Kerjakan soal-soal berikut!

- 1) Ceritakan pengembangan matematika sehingga makin jelas bahwa matematika itu dapat disebut seni! Petunjuk: Apakah matematika itu dikembangkan secara ilmiah atau tidak? (Skor maksimal 10)
- 2) Cari rumus untuk menghitung panjang sisi miring AC_n pada gambar yang seperti keong itu dan dengan panjang satuannya m . Bisa dibuat gambarnya? (Skor maksimal 10)
- 3) Pada menara Hanoi ditunjukkan bahwa bila banyak kepingan itu n , langkah minimum yang diperlukan adalah $2^n - 1$. Sebutkan keindahannya. (Skor maksimal 10)
- 4) Pada segitiga Pascal dan untuk pangkat 7 itu tulis pangkat a , b , dan ab untuk setiap koefisien yang sudah dihitung. (Skor maksimal 10)
- 5) Tulis untuk baris ke n saja jabaran dari $(a+b)^n$ yang koefisien-koefisiennya diperoleh menurut segitiga Pascal. (Skor maksimal 10)

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 4 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah skor jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 4.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah skor Jawaban yang Benar}}{50} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali
80 - 89% = baik
70 - 79% = cukup
< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan Kegiatan Belajar 5. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 4, terutama bagian yang belum dikuasai.

KEGIATAN BELAJAR 5

Matematika sebagai Aktivitas Manusia

Julukan kepada matematika bahwa matematika itu sebagai aktivitas manusia adalah benar, sebab hampir setiap manusia terlibat dalam matematika. Manusia awam terlibat dalam jual beli, di pasar misalnya. Siswa dan mahasiswa terlibat dalam pelajaran atau kuliah. Sebagian orang dalam bidang studi lain menggunakan matematika. Begitu pula dalam perdagangan dan pengembangan ilmu, orang menggunakannya. Matematika sebagai aktivitas manusia ini adalah bagian akhir dari modul hakikat matematika.

Perhatikan kegiatan manusia dalam keluarga, ibu rumah tangga dengan penjaja barang yang datang ke rumah, orang yang membuat pakaian, kegiatan di warung, kegiatan di pasar, dan di kegiatan sehari-hari lainnya. Mereka menggunakan matematika. Matematikanya matematika yang paling sederhana, yaitu Berhitung (*Arithmetic*). Bila kita tidak memiliki kemampuan dalam berhitung, ada kemungkinan kita akan merugi. Walaupun sekarang-sekarang ini ada kalkulator dan kita dapat menggunakannya, pengetahuan berhitung itu tetap diperlukan seperti untuk memiliki arti dari bilangan dan estimasi. Bila kalkulator menunjukkan hasil, kita harus bisa membedakan antara 1000, 100, 10, 0,10, 0,01, dan 0,001 misalnya. Begitu pula bila kita menjumlahkan beberapa harga barang, kita perlu memahami estimasinya; perkiraan jumlahnya.

Selain itu orang-orang di ladang menghitung luas sawah dan ladangnya yang bentuknya tidak beraturan. Di ladang dan sawahnya mereka menghitung hasilnya seperti padi, ubi-ubian, sayuran, ternak, dan ikan. Mereka menghitung banyak hasilnya dan sebagian atau seluruhnya dijual. Jadi di sini pun mereka menggunakan matematika dalam kegiatannya (manusia).

Dalam kegiatan sehari-hari, kadang-kadang simbol matematika itu tidak sesuai dengan yang dimaksud dengan operasi hitung dalam aritmetika seperti 2×3 pada suatu resep dokter. Itu maksudnya bukan 6, tetapi 2 kali yang seharusnya masing-masing 3 tablet. Lalu pada sepatu ada tulisan, misalnya 40. Itu artinya ukuran sepatu itu 40. Pada kemeja ada tulisan $15\frac{1}{2} - 32$, misalnya. Itu maksudnya bukan $15\frac{1}{2}$ dikurangi 32, tetapi merupakan ukuran kemeja. Selain itu, ada yang dengan satu angka saja, tulisan 6 pada pici misalnya; itu

ukuran pici. Yang demikian itu manusia ketahui dan dapat membedakan dari operasi yang berlaku dalam matematika.

Kemudian kita lihat di sekolah dan perguruan tinggi. Mereka terlibat dalam matematika baik sebagai ilmu maupun dalam penerapannya. Sebab, untuk sebagian dari siswa atau mahasiswa, matematika adalah bidang studi yang ditekuni, pengetahuan dan kemampuan prasyarat, dan karena akan berguna dalam penerapannya. Jadi manusia sebagai pelajar di tingkat dasar, menengah, dan tinggi pun terlibat dalam matematika. Tentunya manusia yang tidak menjadi pelajar lagi pun banyak yang masih terlibat dalam matematika seperti pegawai kantor, guru, peneliti, pembuat rencana dan program, dan sebagainya.

Kita lanjutkan keterlibatan manusia dalam matematika di bidang lain, transportasi misalnya. Supir angkot menghitung setiap kali menerima bayaran dari penumpang. Setelah selesai bekerja, ia menghitung jumlahnya. Kemudian ia menghitung uang masuknya setelah dikurangi pengeluaran pembelian bensin. Sisa atau pendapatan bersihnya ada yang harus dibagi-bagi: untuk yang punya kendaraan, kernetnya, dan dia sendiri.

Demikian pula para penjual karcis kereta api dan pesawat udara. Selain mereka menghitung harga karcis kelas ekonomi dan kelas eksekutif, juga mereka harus menghitung khusus bagi pembeli karcis untuk seorang manula. Di pesawat udara, barang bawaannya harus dihitung, baik punya perorangan maupun keseluruhan. Keseluruhannya harus dihitung beratnya agar tidak melebihi kapasitas pesawat. Bawaan perorangan pun harus dihitung; berat bawaannya yang lebih dari aturan, tentunya harus dihitung, berapa yang bersangkutan harus membayar.

Pada pemilihan bupati, gubernur, atau presiden, panitia harus mengetahui banyak orang yang mempunyai hak untuk memilih, karena itu harus mendata. Sewaktu pemilihan, panitia harus mencatat siapa yang datang maupun yang tidak termasuk persentasenya. Apalagi setelah selesai orang memberikan suara, panitia itu akan sibuk menghitung banyak suara bagi setiap calon (kontestan).

Belum lagi matematika untuk perhitungan di tingkat tinggi seperti mendirikan gedung bertingkat dan membuat jalan layang. Itu semuanya di luar jangkauan manusia biasa. Apalagi perhitungan yang menyangkut teknologi tinggi seperti dalam membuat pesawat udara dan pesawat ruang angkasa.

Kesimpulannya, matematika itu dipakai oleh manusia di semua tingkat sehingga dapat dikatakan bahwa matematika itu aktivitas manusia.



LATIHAN

Untuk memperdalam pemahaman Anda mengenai materi di atas, kerjakanlah latihan berikut!

- 1) Sebutkan beberapa aktivitas sehari-hari dari manusia! Apa bedanya (bila ada) antara aktivitas manusia yang Anda sebutkan dengan matematika sebagai aktivitas manusia?
- 2) Apakah ada manusia yang selama hidupnya tidak pernah menggunakan matematika dalam aktivitasnya?
- 3) Matematika sebagai aktivitas manusia itu bertingkat, ada tingkat rendah, ada tingkat menengah, ada tingkat tinggi, dan ada yang tingkatnya tinggi sekali. Apakah kegiatan manusia sehari-hari bertingkat-tingkat juga seperti itu?

Petunjuk Jawaban Latihan

- 1) Beberapa aktivitas manusia sehari-hari misalnya makan, minum, memancing, dan menjadi supir. Pada dasarnya sama. Bedanya kegiatan manusia dalam matematika dengan kegiatan manusia sehari-hari adalah demikian. Kegiatan manusia yang dapat manusia lakukan dalam matematika banyak yang hierarkis sedangkan dalam sehari-hari tidak. Misalnya operasi hitung kali dan jumlah itu hierarkis. Kegiatan matematika di tingkat SD dan di tingkat SMP juga hierarkis. Tetapi, di kegiatan sehari-hari yang sudah disebutkan, yaitu makan, minum, memancing, dan menjadi supir, tidak. Menjadi supir hanya boleh dilakukan oleh orang yang sudah dewasa. Tetapi, bila semua pelakunya sudah dewasa, kehierarkisan itu tidak diperlukan.
- 2) Manusia yang selama hidupnya tidak terlibat dalam kegiatan matematika barangkali hanya manusia yang cacat mental.
- 3) Kegiatan manusia sehari-hari pada umumnya tidak bertingkat. Tetapi kalau dicari-cari ada pula yang bertingkat. Misalnya bila kita menjadi sopir, maka SIM sepeda motor, angkot, dan bis itu tingkatnya berbeda. Hanya hierarkisnya tidak seperti dalam matematika.



RANGKUMAN

Kegiatan Belajar 5 ini adalah kegiatan belajar pamungkas modul pertama yang berjudul Hakikat Matematika. Materi utama yang dibahas adalah matematika sebagai aktivitas manusia.

Manusia dalam kegiatan sehari-hari banyak yang melibatkan matematika, manusia awam menggunakan matematika tingkat paling rendah misalnya berhitung sedangkan manusia yang mengembangkan ilmu, ilmu penerbangan misalnya, menggunakan matematika tingkat tinggi. Selain itu, aktivitas para matematikawan dalam matematikanya, selain dalam menggunakannya juga dalam mengembangkan matematika itu sendiri. Dari contoh-contoh yang sudah diuraikan, mulai dalam kehidupan sehari-hari sampai ilmuwan menggunakan matematika. Di berbagai bidang, seperti pertanian, perikanan, perdagangan, dan sebagainya sampai dengan penelitian, orang terlibat dalam matematika. Dapat dikatakan hampir 100% manusia itu terlibat dalam matematika. Karena itu, hakikat matematika itu antara lain adalah aktivitas manusia.



TES FORMATIF 5

Kerjakan soal-soal berikut!

- 1) Selain matematika, apakah bidang studi lain bukan aktivitas manusia? (Skor maksimal 10)
- 2) Bila matematika itu aktivitas manusia, apa tidak lebih baik matematika yang diberikan di sekolah itu matematika aplikatif saja? (Skor maksimal 10)
- 3) Dari semua yang sudah diuraikan bahwa matematika itu studi deduktif, bahasa, ratunya ilmu, pelayan ilmu, seni, dan aktivitas manusia, mana dari semuanya itu julukan yang paling tepat? (Skor maksimal 10)
- 4) Dalam hal ini, tidakkah matematika itu sebagai alat? (Skor maksimal 10)

Cocokkanlah jawaban Anda dengan Kunci Jawaban Tes Formatif 5 yang terdapat di bagian akhir modul ini. Hitunglah skor jawaban yang benar. Kemudian, gunakan rumus berikut untuk mengetahui tingkat penguasaan Anda terhadap materi Kegiatan Belajar 5.

$$\text{Tingkat penguasaan} = \frac{\text{Jumlah skor Jawaban yang Benar}}{40} \times 100\%$$

Arti tingkat penguasaan: 90 - 100% = baik sekali

80 - 89% = baik

70 - 79% = cukup

< 70% = kurang

Apabila mencapai tingkat penguasaan 80% atau lebih, Anda dapat meneruskan dengan modul selanjutnya. **Bagus!** Jika masih di bawah 80%, Anda harus mengulangi materi Kegiatan Belajar 5, terutama bagian yang belum dikuasai.

Kunci Jawaban Tes Formatif

Tes Formatif 1

- 1) Bayangkan sebuah bola. Bayangkan pula kerucut-kerucut kecil yang sama yang alasnya di bola dan puncaknya di titik pusat bola. Andaikan masing-masing kerucut kecil itu luas alasnya a dan tingginya t . Maka isi kerucut kecil itu adalah $\frac{1}{3}\pi R^2 t = \frac{1}{3}at$ (Skor 5)
- Bila banyak kerucut itu n , maka isi kerucut-kerucut itu $= n \times \frac{1}{3}at = na \times \frac{1}{3}t$. Bila kerucut-kerucut itu kecil sekali dan padat mengisi bola, maka tinggi kerucut itu mendekati R dan na mendekati luas bola yaitu $4\pi R^2$. Karena itu, $na \times \frac{1}{3}t$ menjadi $4\pi R^2 \times \frac{1}{3}R = \frac{4}{3}\pi R^3$. (terbukti). (Skor 5)
- 2) Ambil beberapa buah bola yang panjang jari-jarinya berbeda, misalnya $R_1 = 3\text{ cm}$, $R_2 = 6\text{ cm}$, dan $R_3 = 9\text{ cm}$. Lalu buat tabel sehingga hasilnya sebagai berikut. (Isi bola diketahui dengan jalan melubanginya, lalu mengisinya dengan air atau pasir. Setelah itu ditumpahkan ke dalam gelas ukuran untuk mengetahui isinya. Bila media yang dipakai itu bukan bola tetapi benda bola (bola masif) seperti kelereng, mengetahui isinya itu dengan jalan mencelupkan benda bola ke dalam wadah yang penuh air lalu air yang tumpah ditampung. Air yang tumpah itu isi bola yang dimaksud). (Skor 5)

Benda	Jari-jari	R^3	$\frac{4}{3}R^3 = A$	Isi bola l (pengukuran)	$\frac{I}{A}$
Bola 1	3 cm	27	36	113,22	3,145
Bola 2	6 cm	216	288	906,048	3,146
Bola 3	9 cm	729	972	3055,968	3,144

.....(Skor 3)

...reratanya = 3,145

$\frac{I}{A} \approx 3,145$. Ini bisa dibulatkan menjadi $\frac{22}{7}$ atau π , sehingga isi bola adalah $I = \pi A = \pi \times \frac{4}{3}R^3 = \frac{4}{3}\pi R^3$ (Skor 2)

Cara menunjukkan kebenaran seperti dalam menjawab soal nomor 2) ini tidak formal tidak seperti sewaktu menjawab nomor 1) di atasnya.

- 3) a. Karena mereka tidak belajar geometri aksiomatik. (Skor 5)

b. Tidak. Tetapi bila disebut rerata kemampuan akademik siswa sekarang dibandingkan dengan siswa tahun 50-an lebih rendah, saya kira benar. (Skor 5)

Kita tunjukkan kebenaran dengan cara induktif. Misalkan $N : 2^n < 2n + 2$ untuk semua n bilangan cacah.

Bila $n = 0$ maka $N : 2^0 < 2 \times 0 + 2 \rightarrow 1 < 0 + 2$, benar bukan

Bila $n = 1$ maka $N : 2^1 < 2 \times 1 + 2 \rightarrow 2 < 2 + 2$, benar bukan

Bila $n = 2$ maka $N : 2^2 < 2 \times 2 + 2 \rightarrow 4 < 4 + 2$, benar bukan

(Skor 4)

Karena N berlaku untuk bilangan cacah 0, 1, dan 2 maka N berlaku untuk semua n bilangan cacah. (Itu menunjukkan kebenaran cara induktif). Benarkah itu? Bila pengambilan n -nya terbatas sampai $n = 2$, benar. Tetapi kalau kita ambil $n = 4$ saja, maka $N : 2^4 < 2 \times 4 + 2 \rightarrow 16 < 8 + 2$, salah bukan. (Skor 5)

Jadi, penunjukan kebenaran cara induktif itu bisa salah. (Skor 1)

Tes Formatif 2

1) Menunjukkan kebenaran dengan induksi matematika bahwa banyak diagonal yang dapat ditarik pada sebuah segi $-n$ adalah $\frac{1}{2}n(n-3)$. Sebut $\frac{1}{2}n(n-3) = N$.

Untuk $n = 3$ (segitiga), $\frac{1}{2}n(n-3) = \frac{1}{2} \times 3(3-3) = 0$, benar, bukan.

Untuk $n = 4$ (segiempat), $\frac{1}{2}n(n-3) = \frac{1}{2} \times 4(4-3) = 2$, benar, bukan.

Untuk $n = 5$ (segilima), $\frac{1}{2}n(n-3) = \frac{1}{2} \times 5(5-3) = 5$, benar, bukan.

Andaikan $N = \frac{1}{2}n(n-3)$ benar untuk $n = k$, maka $N = \frac{1}{2}k(k-3)$.

(Skor 5)

Bila segi k itu dijadikan segi $k+1$, maka banyak diagonal yang terjadi adalah:

$$\frac{1}{2}k(k-3) + (k+1) - 3 + 1 \dots (*)$$

$$= \frac{1}{2}(k(k-3) + 2(k+1) - 6 + 2) \dots (Skor 5)$$

$$= \frac{1}{2}(k^2 - 3k + 2k + 2 - 6 + 2)$$

$$= \frac{1}{2}(k^2 - k - 2)$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2}(k^2 + k - 2k - 2) \\
 &= \frac{1}{2}(k(k+1) - 2(k+1)) \\
 &= \frac{1}{2}(k+1)(k-2) \\
 &= \frac{1}{2}(k+1)((k+1)-3) \dots (**)
 \end{aligned}$$

Bentuk (**) sama dengan bentuk $\frac{1}{2}n(n-3)$ untuk $n = k+1$. Karena rumus $\frac{1}{2}n(n-3)$ itu benar untuk $n = 3, 4, 5, \dots, k$, dan bentuknya sama untuk $n = k+1$, maka $\frac{1}{2}n(n-3)$ benar untuk semua $n \geq 3$ (bilangan asli).

(Keterangan untuk kalimat matematika (*): $\frac{1}{2}k(k-3)$ banyak diagonal yang dapat ditarik pada segi k , $(k+1)-3$ banyak diagonal yang dapat ditarik dari titik ke $k+1$, 1 banyak diagonal yang terjadi dari dua titik di pinggir titik ke $k+1$).

- 2) Cara deduktif. (Catatan: kata induksi dalam induksi matematika menurut saya salah kaprah). (Skor 5)
- 3) Antara ruas garis, sinar, dan garis, notasinya berbeda. Antara segitiga yang sama, segitiga sebangun, dan segitiga sama dan sebangun berbeda. Semuanya berbeda baik notasinya maupun wujudnya. Yang lainnya masih banyak. (Skor 10)
- 4) Misalnya (022)2011869. Itu nomor telepon. Yang lainnya masih banyak. (Skor 5)

Tes Formatif 3

- 1) Pada dasarnya sama, masing-masing pelayan ilmu (Skor 4). Tetapi matematika diberi gelar khusus pelayan ilmu karena dalam menjadi pelayannya itu matematika menyajikan tingkat-tingkat kesukaran (Skor 3). Matematika bagi orang awam dan bagi fisikawan, tingkatnya berbeda (Skor 3).
- 2) Pada dasarnya juga sama seperti di pertanyaan nomor 1 (Skor 5). Bedanya matematika sebagai ratunya ilmu itu, dalam matematika ratunya itu ada unsur keanggunan dan kekhasannya sendiri sebagai matematika (Skor 5).
- 3) Masih berlaku, sebab PMRI bedanya dari yang lain hanya dalam pendekatan (Skor 5).

Tes Formatif 4

- 1) Matematika itu tidak dikembangkan secara ilmiah (melalui metode ilmiah) tetapi dikembangkan secara seni (Skor 5). Misalnya dengan hanya menggunakan alat-alat tulis seseorang dapat mengembangkan suatu sistem matematika (Skor 3). Grup misalnya (Skor 2).
- 2) $AC_1 = m\sqrt{2}$, $AC_2 = m\sqrt{3}$, $AC_3 = m\sqrt{4} = 2m$, dan seterusnya dan $AC_n = m\sqrt{n+1}$ (Skor 5). Tidak dapat dibuat gambarnya karena besar n - nya tidak disebutkan (Skor 5).
- 3)

Banyak Kepingan	Langkah Minimum
1	$1 = 2^1 - 1$
2	$3 = 2^2 - 1$
3	$7 = 2^3 - 1$
.	.
.	.
n	$2^n - 1$

(skor 5)

Indahnya itu ialah, tanpa mempraktekkan, kita akan mengetahui banyak langkah minimum bila banyak n diketahui (Skor 3). Sehingga bila permainan itu dipertandingkan, kita akan mengetahui siapa-siapa pemenangnya (Skor 2).

- 4) Yang sudah dihitung koefisien dari $(a+b)^7$ dan pangkat a , ab , dan b yang ditanyakan adalah sebagai berikut (Skor 5).

$$\begin{matrix}
 1 & 7 & 21 & 35 & 35 & 21 & 7 & 1 \\
 a^7 & a^6b & a^5b^2 & a^4b^3 & a^3b^4 & a^2b^5 & ab^6 & b^7
 \end{matrix}
 \quad (\text{Skor 5})$$

- 5) $a^n \ a^{n-1}b \ a^{n-2}b^2 \ a^{n-3}b^3 \ \dots \ a^3b^{n-3} \ a^2b^{n-2} \ ab^{n-1} \ b^n$ (Skor 10).

Tes Formatif 5

- 1) Betul, hampir semua bidang studi adalah aktivitas manusia (Skor 3). Bahwa matematika itu aktivitas manusia, untuk mengingatkan bahwa matematika pun aktivitas manusia (Skor 3). Yang sebelumnya oleh manusia pada umumnya, belum terpikirkan (skor 2). Di kita pun, berpikirnya bahwa matematika itu aktivitas manusia, setelah orang-orang ahli PMR (PMRI) dari Belanda meramaikannya (Skor 2).

- 2) Tidak (Skor 4). Karena guna matematika itu bukan hanya yang dipakai (Skor 3). Yang tidak (belum) dipakai pun banyak (Skor 3).
- 3) Tergantung dari pandangannya, keahliannya, kesukaannya, dan sebagainya (Skor 5). Bagi matematikawan pada umumnya matematika itu studi deduktif sedangkan bagi pengguna dalam ilmunya, matematika itu pelayan ilmu (alat) (Skor 5).
- 4) Ya, kelihatannya seperti itu (Skor 3). Bagi ilmuwan dari bidang studi lain, bagi kelompok manusia menengah dari bidang studi lain, bagi masyarakat pada umumnya, dan selanjutnya, matematika itu hanya sekadar alat (Skor 3). Tetapi bagi manusia pada umumnya, matematika itu bukan alat mati tetapi merupakan wahana yang selain dapat digunakan sebagai alat juga dapat membawanya kepada tujuan agar dapat mengembangkan ilmu dan kepribadiannya terbentuk untuk menjadi manusia cerdas, kreatif, cermat, rasional, dan yang serupa (Skor 4).

Daftar Pustaka

- Hoodboy, P. (1996). *Ikhtiar Menegakkan Rasionalitas antara Sains dan Ortodoksi Islam*. Bandung: Mizan.
- Ruseffendi, H. E. T. (2003). Pendidikan Matematika. Dalam R. Natawidjaya dkk (ed). *Rujukan, Teori dan Praksis Ilmu Pendidikan*. Bandung: UPI Press.
- Ruseffendi, H. E. T. (2006). *Pengantar kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA*. Edisi 3. Bandung: Tarsito.
- Ruseffendi, H. E. T. (2005). *Quo Vadis Indonesia*. Bandung: Draft.